

# 转子-基础系统的随机不确定建模与 振动分析

游震洲<sup>1</sup>, 黄其祥<sup>1</sup>, 王 锋<sup>1</sup>, 熊 忻<sup>2</sup>  
(1. 温州职业技术学院 机械工程系, 浙江 温州 325200;  
2. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200072)

**摘 要:** 以具有基础弹性支承的 Jeffcott 转子为研究对象,并考虑到外部随机激励对基础的作用和转定子间的碰摩现象,建立了带碰摩故障的转子-基础随机外激励系统的动力学微分方程.应用相应的数值仿真方法,给出了该系统随外部随机激励变化影响下的轴心轨迹、频谱图和 Poincaré 图等;分析了随机外激励的变化对转子-基础系统的影响.结果表明随机外激励强度和谱宽的变化以及周期外激励频率的改变将引起振动模式(如频率和波形等)的改变,并将导致转子出现周期、倍周期和混沌等复杂的动力学行为.

**关 键 词:** 随机激励; Jeffcott 转子; 基础弹性支承; 碰摩故障; 振动

**中图分类号:** V231.96; O347.6 **文献标志码:** A

## Random uncertainty modeling and vibration analysis of rotor-foundation system

YOU Zhen-zhou<sup>1</sup>, HUANG Qi-xiang<sup>1</sup>,  
WANG Feng<sup>1</sup>, XIONG Xin<sup>2</sup>

(1. Department of Mechanical Engineering,  
Wenzhou Vocational and Technical College, Wenzhou Zhejiang 325200, China;  
2. School of Mechatronic Engineering and Automation,  
Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** Taking the Jeffcott rotor with elastic support as the research object, the dynamic differential equation of rotor-foundation external random excitation system with rubbing faults was built in consideration of the effect of the external random excitation on the foundation and rubbing faults between stator and rotor. The numerical simulation was employed to obtain the system responses with the effect of the external random excitation, and the axis orbit, frequency spectrum and Poincaré sections were used to analyse the effect on rotor-foundation system with the variation of the external random excitation. The results show that: the vibration mode (such as frequency and waveform) could be changed by the intensity and spectral width of the external random excitation and frequency of the external periodic excitation. And it will cause complex dynamic behaviors of rotor such as cycle, period doubling and chaos.

**Key words:** random excitation; Jeffcott rotor; elastic support; rubbing faults; vibration

收稿日期:2015-04-23

基金项目:温州市科技计划项目(2014F008);上海大学创新基金(理工类)(K.10-0109-13-007)

作者简介:游震洲(1969—),男,浙江温州人,副教授,主要从事机械设计制造等研究.

通常,旋转机械的转子通过轴承固定在基础上.理论实验研究表明<sup>[1-3]</sup>,某些场合下,为更好地反映旋转机械的动力特性,应当把基础的影响考虑进去,研究整个转子-基础系统.基础不但改变了转子-轴承系统的临界转速和振型,而且改变了转子-轴承系统对各种激励的响应,甚至影响转子-轴承系统稳定性.Ji等<sup>[4]</sup>运用多尺度法分析含有支承松动的非线性转子-轴承自治系统自由振动和强迫振动的特性,揭示了如何在稳态响应中判断分岔点出现的问题.Chu等<sup>[5]</sup>对具有支承松动的转子系统的稳定性进行了分析研究.Lee等<sup>[6-7]</sup>用传递矩阵法以及谐波平衡法分析了支承在线性轴承和非线性轴承上的转子系统动力学特性.罗跃纲等<sup>[8]</sup>建立了带有基础松动故障的转子系统局部碰摩动力学模型,分析了基础松动质量对转子系统动力学行为的影响.Chen等<sup>[9-11]</sup>建立了含转子不平衡松动耦合故障的转子-滚动轴承-机匣耦合系统动力学模型,在模型中考虑了转子不平衡和轴承支座松动故障的耦合.

本文建立了带碰摩故障的转子-基础随机激励系统动力学模型,充分考虑了滚动轴承的非线性反作用力、基础支承刚度和碰摩故障,详细研究了外部随机激励的各参数变化对系统响应的影响.

## 1 系统动力学模型

图1为本文所建立的转子-基础随机激励系统的碰摩耦合故障动力学模型,轴承支座和基础的连接简化为水平和垂直方向的弹性连接.转子不平衡的激励可能引发转子和机匣的碰摩故障以及基础的振动,外激励作用下的基础所产生的振动反过来加重转子的振动,进而加剧转子的碰摩故障.因此,在本模型中,碰摩故障与基础振动耦合将表现出与无基础振动情况下不一样的特征.

本模型中各符号含义如下: $m_c$ 为基础质量; $m_{rl}, m_{rr}$ 为转子在两端轴承处的等效质量; $m_{bl}, m_{br}$

为两端轴承支座质量; $m_{rp}$ 为转子在转盘处等效质量; $k, c, c_{rb}$ 分别为转轴刚度、转子在转盘处等效阻尼、转子轴承处等效阻尼; $k_r$ 为碰摩接触刚度; $k_{flh}, c_{flh}$ 为基础与左端轴承支座之间水平支承刚度和阻尼; $k_{flv}, c_{flv}$ 为基础与左端轴承支座之间的垂直支承刚度和阻尼; $k_{frh}, c_{frh}$ 为基础与右端轴承支座之间的水平支承刚度和阻尼; $k_{frv}, c_{frv}$ 为基础与右端轴承支座之间的垂直支承刚度和阻尼; $k_{ch}, c_{ch}$ 为基础松动的水平支承刚度和阻尼; $k_{cv}, c_{cv}$ 为基础松动的垂直支承刚度和阻尼; $O_1, O_2, O_3$ 为轴承几何中心、转子几何中心、转子质心; $e$ 为质量偏心量; $\delta$ 为转子和定子间隙; $\delta_{ch}, \delta_{cv}$ 为基础和地面之间的水平与垂直松动间隙; $F_{xbl}, F_{ybl}, F_{xbr}, F_{ybr}$ 为左、右端轴承的支承反力; $P_t, P_n$ 为碰摩力在切向和法向的分量; $P_x, P_y$ 为碰摩力在 $x, y$ 方向的分量; $f(t)$ 为基础在 $t$ 时刻受到的外激励.

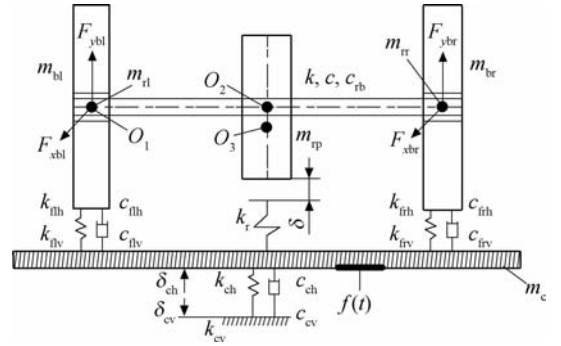


图1 转子-基础随机外激励系统的碰摩耦合故障动力学模型

Fig. 1 Rubbing coupled faults dynamic model of rotor-foundation external random excitation system

由牛顿第二定律,得到如下运动微分方程:

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{C}\mathbf{V} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}(t)$$

式中 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 分别为系统质量、阻尼、刚度矩阵; $\mathbf{a}, \mathbf{V}, \mathbf{X}$ 分别为系统的广义加速度、速度和位移向量; $\mathbf{F}(t)$ 为系统的广义载荷向量.

转子和轴承部分

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \text{diag}[m_{rp} \quad m_{rp} \quad m_{bl} \quad m_{br} \quad m_{br} \quad m_{rl} \quad m_{rl} \quad m_{rr} \quad m_{rr}] \\ \mathbf{C} &= \text{diag}[c \quad c \quad c_{flh} \quad c_{flv} \quad c_{frh} \quad c_{frv} \quad c_{rb} \quad c_{rb} \quad c_{rb}] \\ \mathbf{K} &= \text{diag}[k \quad k \quad k_{flh} \quad k_{flv} \quad k_{frh} \quad k_{frv} \quad k \quad k \quad k] \\ \mathbf{a} &= [\ddot{x}_{rp} \quad \ddot{y}_{rp} \quad \ddot{x}_{bl} \quad \ddot{y}_{bl} \quad \ddot{x}_{br} \quad \ddot{y}_{br} \quad \ddot{x}_{rl} \quad \ddot{y}_{rl} \quad \ddot{x}_{rr} \quad \ddot{y}_{rr}]^T \\ \mathbf{V} &= [\dot{x}_{rp} \quad \dot{y}_{rp} \quad \dot{x}_{bl} - \dot{x}_c \quad \dot{y}_{bl} - \dot{y}_c \quad \dot{x}_{br} - \dot{x}_c \quad \dot{y}_{br} - \dot{y}_c \quad \dot{x}_{rl} \quad \dot{y}_{rl} \quad \dot{x}_{rr} \quad \dot{y}_{rr}]^T \\ \mathbf{X} &= [2x_{rp} - x_{rr} - x_{rl} \quad 2y_{rp} - y_{rr} - y_{rl} \quad x_{bl} - x_c \quad y_{bl} - y_c \quad x_{br} - x_c \\ &\quad y_{br} - y_c \quad x_{rl} - x_{rp} \quad y_{rl} - y_{rp} \quad x_{rr} - x_{rp} \quad y_{rr} - y_{rp}]^T \\ \mathbf{F}(t) &= [P_x + m_{rp}e\omega^2 \cos(\omega t) \quad P_y + m_{rp}e\omega^2 \sin(\omega t) \quad -m_{rp}g \quad 0 \\ &\quad -m_{bl}g \quad 0 \quad -m_{br}g \quad 0 \quad -m_{rl}g \quad 0 \quad -m_{rr}g]^T \end{aligned}$$

### 随机激励下的基础部分

$$\begin{aligned} m_c \ddot{x}_c + k_{ch} x_c + c_{ch} \dot{x}_c + k_{frh} (x_c - x_{br}) + k_{flh} (x_c - x_{bl}) + c_{frh} (\dot{x}_c - \dot{x}_{br}) + c_{flh} (\dot{x}_c - \dot{x}_{bl}) &= -P_x \\ m_c \ddot{y}_c + k_{ch} y_c + c_{ch} \dot{y}_c + k_{frh} (y_c - y_{br}) + k_{flh} (y_c - y_{bl}) + c_{frh} (\dot{y}_c - \dot{y}_{br}) + c_{flh} (\dot{y}_c - \dot{y}_{bl}) &= \\ f(t) - P_y - m_c g \end{aligned}$$

#### 1.1 碰摩力模型

碰摩力模型如图 2 所示<sup>[12]</sup>. 对碰摩转子进行简化, 不考虑摩擦热效应, 假定转子与定子部件的碰摩符合库仑摩擦定律.

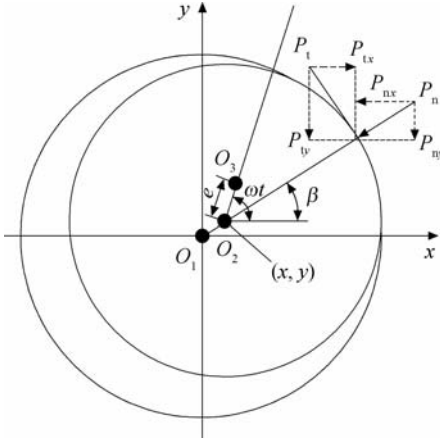


图 2 含碰摩故障的转子动力学模型

Fig. 2 Rotor dynamic model with rubbing fault

设  $r$  为转盘与机匣间的径向相对位移, 转子与定子之间的间隙为  $\delta$ .

当  $r < \delta$  时, 系统不发生碰摩现象, 即  $P_x = P_y = 0$  N; 当  $r \geq \delta$  时, 系统发生碰摩故障, 此时碰摩力

$$\begin{cases} P_n = k_s(r - \delta) \\ P_t = \mu P_n \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\mu$  为摩擦因数,  $k_s$  为定子径向刚度, 将式(1)碰摩力进行正交分解

$$\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & -\cos\beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_n \\ P_t \end{Bmatrix} \quad (2)$$

令  $\sin\beta = \frac{y_{rp} - y_c}{r}$ ,  $\cos\beta = \frac{x_{rp} - x_c}{r}$ , 则有

$$\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix} = \frac{r - \delta}{r} k_s \begin{bmatrix} -1 & \mu \\ -\mu & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{rp} - x_c \\ y_{rp} - y_c \end{Bmatrix} \quad (3)$$

当  $r < \delta$  时, 则  $P_n = 0$  N,  $P_t = 0$  N 综合两种情况可以写成

$$\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix} = \frac{1 + \text{sign}(r - \delta)}{2} \cdot \frac{r - \delta}{r} k_s \begin{bmatrix} -1 & \mu \\ -\mu & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{rp} - x_c \\ y_{rp} - y_c \end{Bmatrix} \quad (4)$$

#### 1.2 轴承力模型

图 3 为滚动轴承模型示意图<sup>[12]</sup>, 转子运转的不平衡使滚动体产生弹性变形, 进而产生轴承反力. 设轴承中滚珠等距排列, 与滚道间为纯滚动.

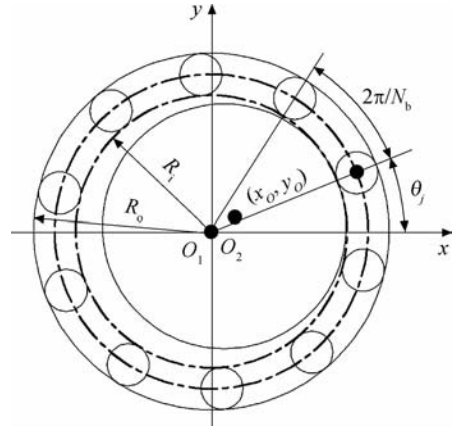


图 3 滚动轴承模型

Fig. 3 Model of rolling bearing

根据非线性赫兹接触理论<sup>[13]</sup>, 可得第  $j$  个滚珠与滚道所产生的接触压力  $f_{cj}$ , 同时考虑滚珠与滚道产生的法向正压力只有在变形量  $\delta_{dj} > 0$  时才会有作用力, 采用亥维塞函数  $H(\cdot)$ , 当函数变量大于 0 时, 函数值为 1, 否则为 0. 则有

$$\begin{aligned} f_{cj} &= C_b \delta_{dj}^{\frac{3}{2}} = C_b (x_o \cos\theta_j + y_o \sin\theta_j - r_o)^{\frac{3}{2}} \cdot \\ &H(x_o \cos\theta_j + y_o \sin\theta_j - r_o) \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $C_b$  为轴承赫兹接触刚度.

正交分解

$$\begin{Bmatrix} f_{cjr} \\ f_{cjt} \end{Bmatrix} = f_{cj} \begin{Bmatrix} \cos\theta_j \\ \sin\theta_j \end{Bmatrix} \quad (6)$$

轴承所有滚珠产生的接触压力的合力

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^{N_b} \begin{Bmatrix} f_{cjr} \\ f_{cjt} \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^{N_b} f_{cj} \begin{Bmatrix} \cos\theta_j \\ \sin\theta_j \end{Bmatrix} \quad (7)$$

式中的  $(x_o, y_o)$  为轴承圆心和转子圆心的距离, 即  $O_1, O_2$  的距离, 可得模型中产生的轴承力为

$$\begin{aligned} \text{当 } \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_{rr} - x_{br} \\ y_{rr} - y_{br} \end{bmatrix} \text{ 时, } \begin{bmatrix} F_{xbr} \\ F_{ybr} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}; \\ \text{当 } \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_{rl} - x_{bl} \\ y_{rl} - y_{bl} \end{bmatrix} \text{ 时, } \begin{bmatrix} F_{xbl} \\ F_{ybl} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

1.3 松动建模

基础松动的支承刚度和阻尼  $k_{ch}, k_{cv}, c_{ch}, c_{cv}$  在基础间位移情况下分段线性化处理. 设基础与地面之间的水平和垂直方向的松动间隙分别为  $\delta_{ch}, \delta_{cv}$ , 则

$$\begin{aligned} k_{ch} &= \begin{cases} k_{ch1} & (x_c > \delta_{ch}) \\ 0 & (0 \leq x_c \leq \delta_{ch}) \\ k_{ch2} & (x_c < 0) \end{cases} \\ c_{ch} &= \begin{cases} c_{ch1} & (x_c > \delta_{ch}) \\ 0 & (0 \leq x_c \leq \delta_{ch}) \\ c_{ch2} & (x_c < 0) \end{cases} \\ k_{cv} &= \begin{cases} k_{cv1} & (y_c > \delta_{cv}) \\ 0 & (0 \leq y_c \leq \delta_{cv}) \\ k_{cv2} & (y_c < 0) \end{cases} \\ c_{cv} &= \begin{cases} c_{cv1} & (y_c > \delta_{cv}) \\ 0 & (0 \leq y_c \leq \delta_{cv}) \\ c_{cv2} & (y_c < 0) \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

1.4 随机激励模型

假设转子基础承受的外激励  $f(t)$  是不确定的. 基于此, 假设外激励由一周期项和一强度较弱的随机项组成, 即假设

$$f(t) = p_0 \sin(\Omega t + \alpha) + \varepsilon f \xi(t) \quad (10)$$

其中  $p_0$  和  $\Omega$  为周期外激励的幅值和频率,  $\alpha$  为初始相位,  $f$  为常数,  $0 \leq \varepsilon \ll 1$  为小量,  $\xi(t)$  为随机外激励过程, 这里假设为独立的有界噪声<sup>[14]</sup>

$$\xi(t) = A \sin[\omega_0 t + \sigma B(t) + \gamma] \quad (11)$$

其中  $A$  为噪声幅值,  $\omega_0$  为中心频率,  $\sigma$  为谱宽参数,  $B(t)$  为单位维纳过程,  $\gamma$  为  $[0, 2\pi)$  之间均匀分布的随机变量. 有界噪声的均值为零, 其相关函数为

$$\begin{aligned} E[\xi(t_1)\xi(t_2)] &= \frac{1}{2} \cos \omega_0(t_1 - t_2) \cdot \\ \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2} |t_1 - t_2|\right) \end{aligned} \quad (12)$$

双边功率谱密度为

$$\begin{aligned} S_{\xi\xi}(\Omega) &= \frac{\sigma^2}{2\pi} \cdot \\ \left[ \frac{1}{4(\Omega - \omega_0)^2 + \sigma^4} + \frac{1}{4(\Omega + \omega_0)^2 + \sigma^4} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

可以看出有界噪声  $\xi(t)$  是一个广义平稳的随机过程, 其表达式为功率有限函数, 功率谱密度的形状由  $\omega_0$  和  $\sigma$  决定. 通过改变  $\omega_0$  和  $\sigma$  的数值,  $\xi(t)$  可以有效地模拟实际工程中的随机激励, 是一个合理的噪声模型.

由文献[15-16], 有界噪声  $\xi(t)$  的每一项可识化可由式(14)逼近

$$\xi(t) \approx \sum_{k=1}^N A \cos(\omega_{ok}t + \phi_k) \quad (N \rightarrow \infty) \quad (14)$$

其中  $A = \sqrt{2S_{\xi\xi}\Delta\omega_0}$ .  $\{\omega_{ok} | k=1, 2, \dots, N\}$  为非负的独立分布于区间  $[\omega_{ol}, \omega_{or}]$  的随机变量,  $\{\phi_k | k=1, 2, \dots, N\}$  为均匀分布于区间  $[0, 2\pi)$  的随机相位,  $N$  为充分大的正整数,  $\Delta\omega_0 = (\omega_{or} - \omega_{ol})/N$  为中心频率增量. 由于有界噪声  $\xi(t)$  的每一可识化是由  $N$  项谐和函数的和式逼近, 生成即可作为一确定性函数.

1.5 模型参数

本文选取的模型参数如下:  $m_{rr} = 4.0 \text{ kg}$ ,  $m_{rp} = 32.1 \text{ kg}$ ,  $c_{rb} = 1\,050 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $c = 2\,100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $k = 2.5 \times 10^7 \text{ N/m}$ ,  $e = 0.01 \text{ mm}$ ,  $m_c = 50 \text{ kg}$ ,  $m_{bl} = m_{br} = 20 \text{ kg}$ ,  $k_{flh} = k_{flv} = k_{frh} = k_{frv} = 2.5 \times 10^8 \text{ N/m}$ ,  $c_{flh} = c_{flv} = c_{frh} = c_{frv} = 2\,100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $k_{chl} = k_{cvl} = 2.5 \times 10^9 \text{ N/m}$ ,  $k_{ch2} = k_{cv2} = 2.5 \times 10^6 \text{ N/m}$ ,  $c_{chl} = c_{cvl} = 2\,100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $c_{ch2} = c_{cv2} = 2\,100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $k_r = 2.5 \times 10^7 \text{ N/m}$ ,  $\delta = 0.22 \text{ mm}$ ,  $\delta_{ch} = \delta_{cv} = 8 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\omega_{or} = 1\,000 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_{ol} = 0 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_0 = 1\,030 \text{ rad/s}$ ,  $p_0 = 100 \text{ N}$ ,  $\sigma = 0$ , 摩擦因数  $\mu = 0.1$ , 工作频率  $\omega = 1\,200 \text{ rad/s}$ .

滚动轴承参数选取文献[17]中的 JIS6306 滚动轴承, 详细参数见表 1.

表 1 JIS6306 滚动轴承主要参数<sup>[17]</sup>

Table 1 Main parameters of rolling bearing JIS6306<sup>[17]</sup>

| 参数                                              | 数值    |
|-------------------------------------------------|-------|
| 外圈半径 $R_o/\text{mm}$                            | 63.9  |
| 内圈半径 $R_i/\text{mm}$                            | 40.1  |
| 滚珠个数 $N_b$                                      | 8     |
| 接触刚度 $C_b/10^9 (\text{N} \cdot \text{m}^{3/2})$ | 13.34 |
| 轴承间隙 $r_o/\mu\text{m}$                          | 5     |

采用 RKF(Runge Kutta-Felhberg) 格式的变步长龙格-库塔法对微分方程组进行数值积分来求取转子响应<sup>[18]</sup>.

2 系统的非线性动力学分析

本文设计了不同参数组进行数值仿真, 通过转子系统轴心轨迹图、轴心和基础  $y$  方向的频谱图以及 Poincaré 图分别研究了无外激励的系统, 以及随机外激励中周期成分频率、随机成分强度、谱宽参数对系统的振动响应和稳定性的影响.

系统无外激励影响下的振动响应如图 4 所

示:系统在外激励情况下发生局部碰摩现象,从轴心轨迹图和 Poincaré 图可知为稳定周期运动;转子出现相近幅值的 1 倍频和 1/2 倍频,基础部分则出现较弱的 1 倍频和 1/2 倍频。

1) 研究外激励中周期成分的频率对转子系统响应的影响。在  $ef=10, \sigma=100$  情况下,分别得到周期成分的外激励频率  $\Omega=400, 1\,000, 1\,100, 1\,500\text{ rad/s}$  时系统的振动响应,如图 5,当外激励中周期成分频率增加时,转子和基础的振幅虽没有发生较大的变化,但轴心轨迹图和 Poincaré 图可以看出转子由稳定的周期运动逐步经由拟周期运动进入混沌运动,并脱离混沌运动再次进入稳定的周期运动。由频谱图可以看出,当其频率较低时( $\Omega=400\text{ rad/s}$ ),转子和基础的频谱图上只出

现了较为明显的 1 倍频、1/2 倍频以及外激励周期成分的 1 倍频(区别于系统工作频率 1 倍频);而随着外激励频率的增加并接近临界转速,频谱图上出现了比较复杂的频率成分,包括系统工作频率 1 倍频,1/2 倍频,1/3 倍频和外激励频率 1 倍频,1/2 等倍频以及系统工作频率和外激励频率之差( $\omega-\Omega$ )的频率成分,其中系统工作频率 1/2 倍频逐步减小。

2) 研究随机外激励强度对转子系统响应的影响。在  $\Omega=1000\text{ rad/s}, \sigma=100$  情况下,分别得到  $ef=0, 10, 50, 100$  时系统的振动响应,如图 6 可知转子和基础的振幅以及频率成分变化不明显,轴心轨迹图和 Poincaré 图则表明系统由周期运动进入到混沌运动,并可在频谱图上观察到一系

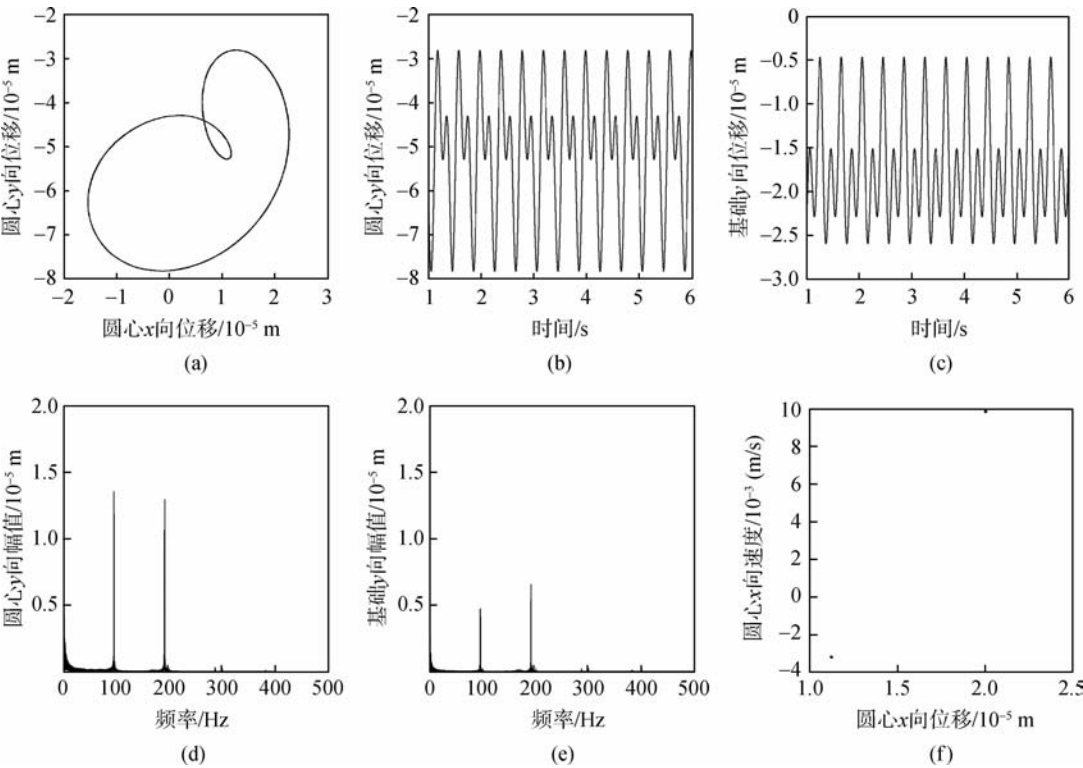
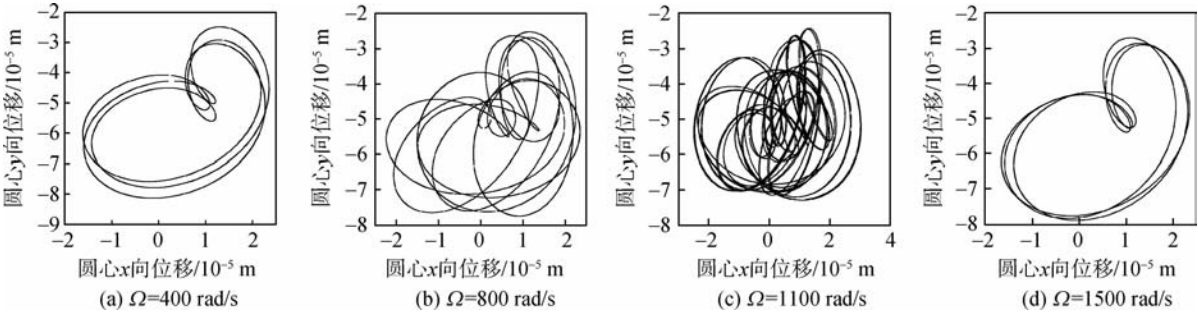


图 4 无外激励下的系统响应

Fig. 4 System response without external excitation



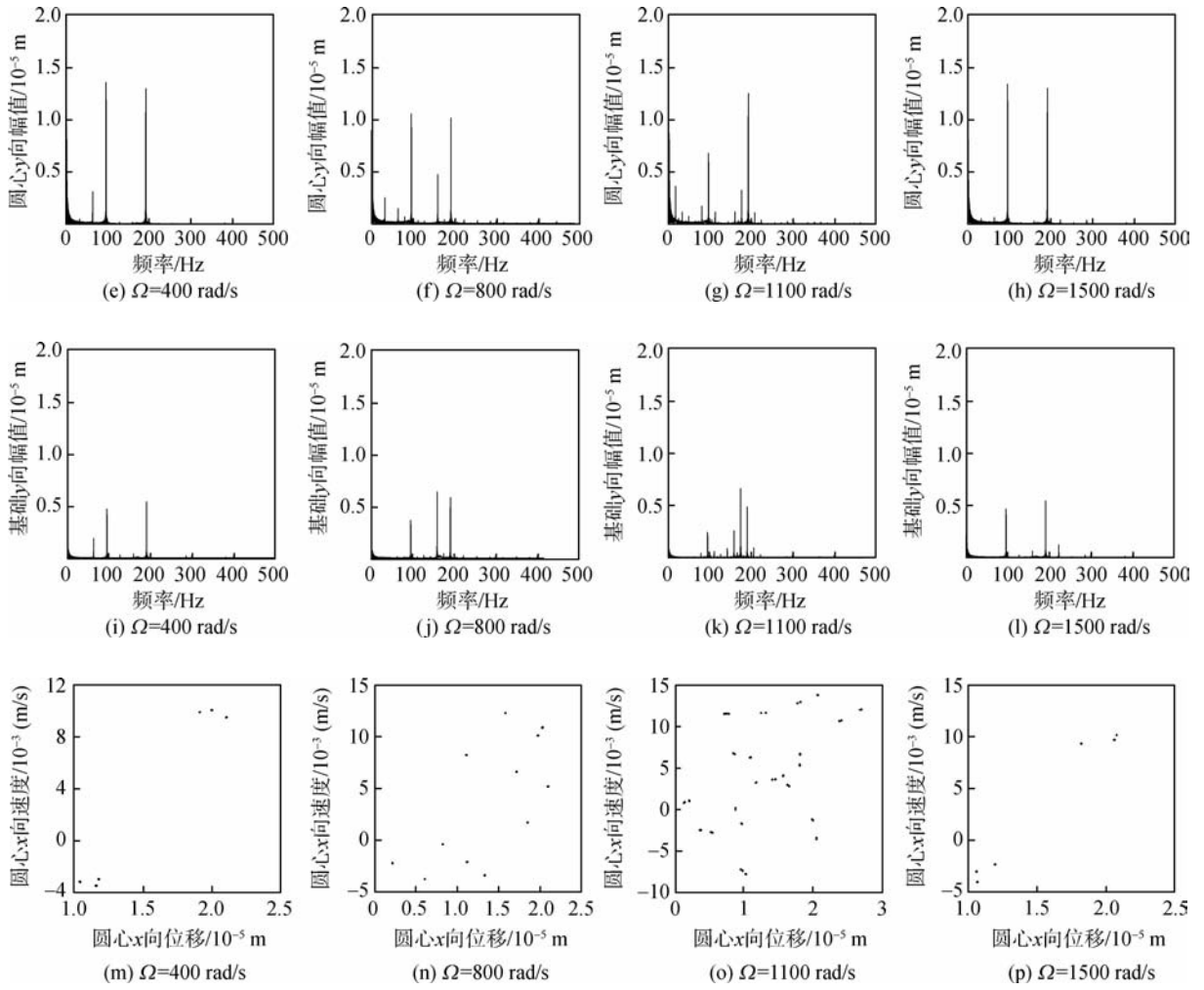
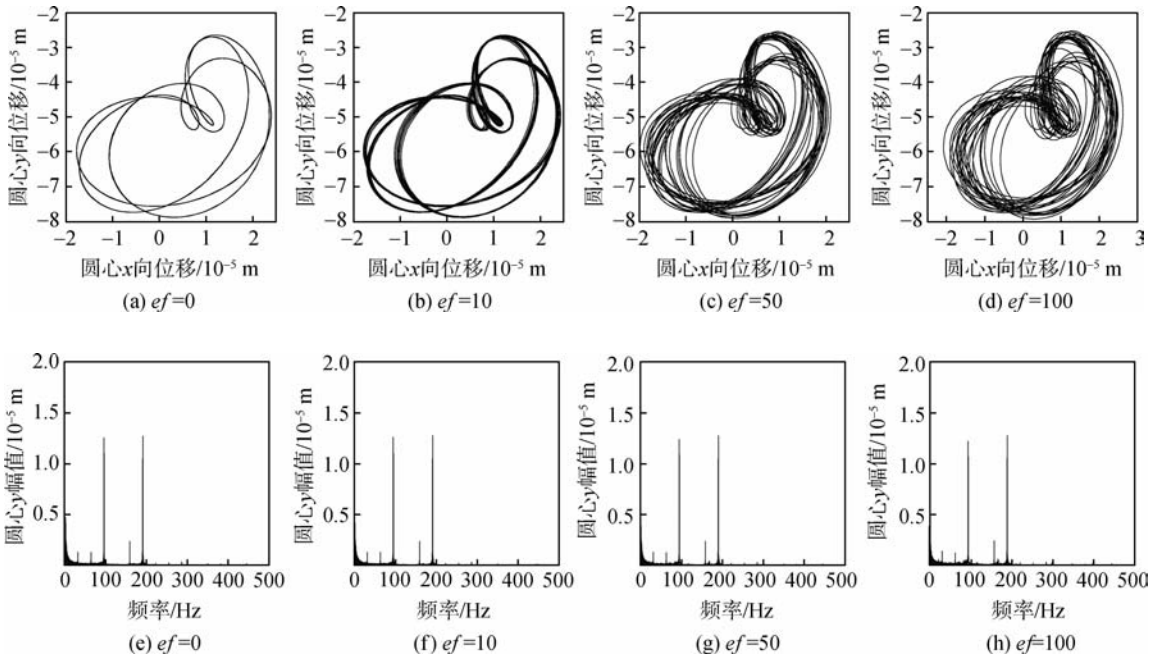


图5 系统振动响应( $\Omega=400, 800, 1100, 1500$  rad/s)

Fig. 5 System response ( $\Omega=400, 800, 1100, 1500$  rad/s)



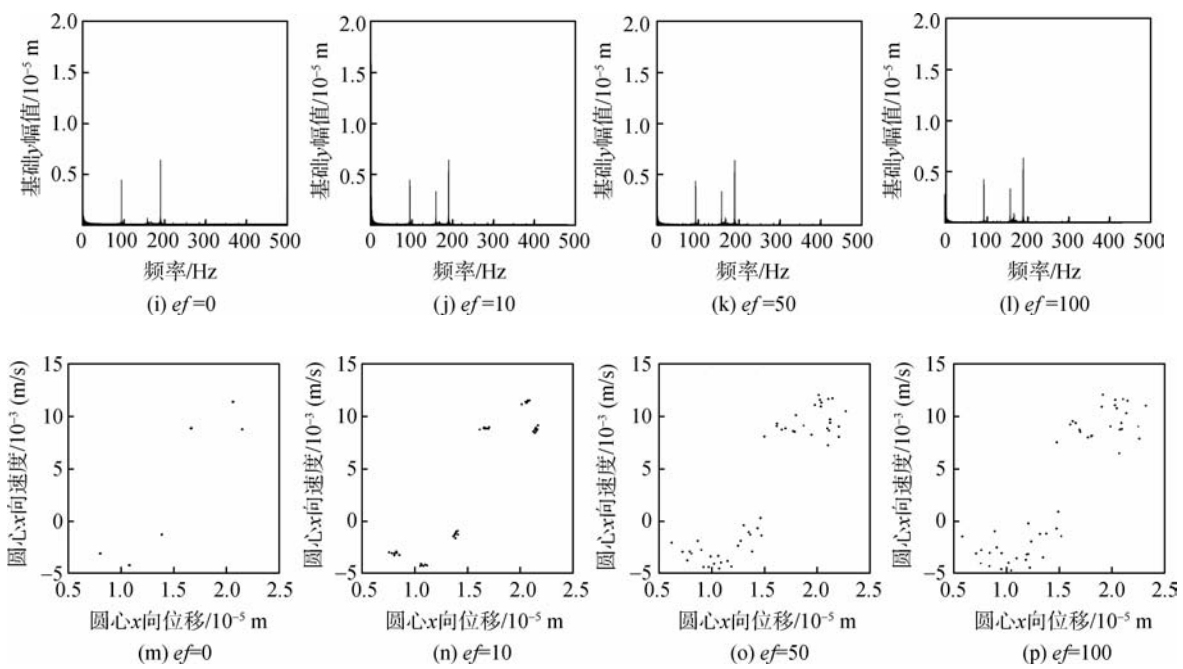
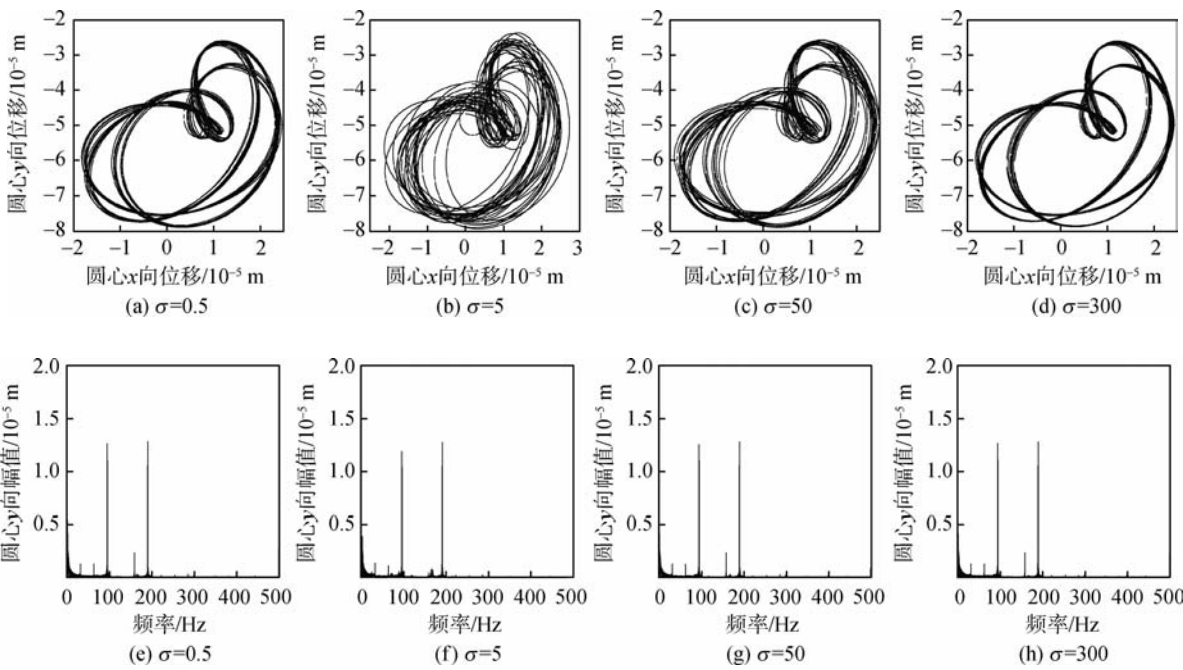


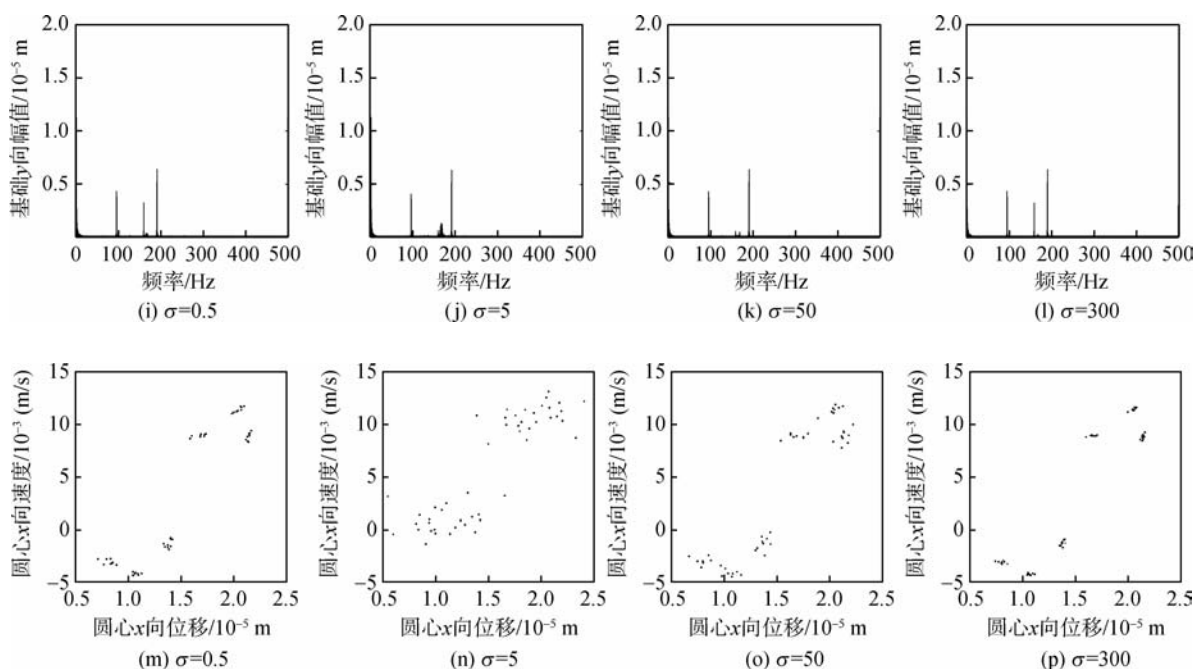
图 6 系统振动响应( $ef=0,10,50,100$ )  
Fig. 6 System response ( $ef=0,10,50,100$ )

列以外激励随机成分中心频率  $f_o = \omega_o/2\pi = 159.2$  Hz 为中心的频率带。

3) 研究随机外激励谱宽对转子系统响应的影响. 在  $ef=20, \Omega=1\,000$  rad/s 情况下, 分别得到  $\sigma=0.5, 5, 50, 300$  时系统的振动响应, 如图 7, 可知当  $\sigma$  取值较大或较小时, 转子系统的响应比

较相似, 都呈现比较稳定的拟周期运动; 而在中间范围时, 轴心轨迹图比较混乱, 而云状的 Poincaré 图也表明系统进入了混沌运动状态. 同  $ef$  的影响相似, 当系统进入混沌运动时, 频谱图也出现了一系列以外激励随机成分中心频率 159.2 Hz 为中心的频率带。



图7 系统振动响应( $\sigma=0.5, 5, 50, 300$ )Fig. 7 System response ( $\sigma=0.5, 5, 50, 300$ )

### 3 结 论

本文考虑了实际工况中外激励干扰的影响,以具有碰摩故障和基础弹性支承的 Jeffcott 转子为研究对象,提出了带碰摩故障的转子-基础随机激励系统的动力学模型,并建立了该系统的运动微分方程,应用相应的数值方法进行振动响应及稳定性分析,并得到了以下结论:

1) 研究了具有碰摩和基础松动故障的转子在随机外激励影响下的动力学响应,发现系统在外激励的作用下表现出不同的响应,出现了复杂的分倍频、倍频成分以及轴心轨迹的改变.不同参数的外部随机激励能较明显地改变系统运行的稳定性.

2) 研究了外激励中周期成分的频率对转子系统响应的影响.当外激励中周期成分频率增加时,转子和基础的振幅虽没有发生较大的变化,但转子分别进入周期运动、拟周期运动、混沌运动最后脱离混沌运动再次进入周期运动.激励频率增加并接近临界转速时,转子和基础的频谱图上出现了比较复杂的频率成分,包括系统工作频率 1 倍频,1/2 倍频,1/3 倍频和外激励频率 1 倍频,1/2 等倍频以及系统工作频率和外激励频率之差( $\omega - \Omega$ )的频率成分,其中系统工作频率 1/2 倍频逐步减小.

3) 研究了随机激励强度对转子系统响应的影响.发现随着激励强度的增加,转子和基础的振幅以及频率成分变化不明显,轴心轨迹图和 Poincaré 图则表明系统由周期状态进入到混沌运动,并可在频谱图上观察到一系列以外激励随机成分中心频率为中心的频率带.

4) 研究了随机激励谱宽对转子系统响应的影响.发现当随机激励谱宽取的较大或较小时,转子系统的响应比较相似,都呈现比较稳定的拟周期运动;而在中间范围时,轴心轨迹图比较混乱,系统进入了混沌运动状态.当系统进入混沌运动时,频谱图也出现了一系列以外激励随机成分中心频率为中心的频率带.

### 参考文献:

- [1] 钟一谔,何衍宗,王正,等.转子动力学[M].北京:清华大学出版社,1989.
- [2] 袁惠群,闻邦椿,王德友,等.滚动轴承-转子-定子系统的碰摩故障分析[J].东北大学学报:自然科学版,2003,24(3): 244-247.  
YUAN Huiqun, WEN Bangchun, WANG Deyou, et al. Nonlinear dynamic properties of rolling bear-rotor-stator box with local rubbing[J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2003, 24(3): 244-247. (in Chinese)
- [3] 刘献栋,李其汉,王德友.具有转静件碰摩故障双转子系统的动力学模型及其小波变换特征[J].航空动力学报,

2000,15(2):187-190.

LIU Xiandong, LI Qihan, WANG Deyou. Dynamic model of dual-rotor system with rub-impact fault between rotor and stator and its feature of wavelet transform[J]. Journal of Aerospace Power, 2000, 15(2): 187-190. (in Chinese)

[ 4 ] Ji Z, Zu J W. Method of multiple scales for vibration analysis of rotor-shaft systems with non-linear bearing pedestal model[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 218(2): 293-305.

[ 5 ] Chu F, Tang Y. Stability and non-linear responses of a rotor bearing system with pedestal looseness[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 241(5): 879-893.

[ 6 ] Lee A C, Kang Y, Liu S L. A modified transfer matrix method for linear rotor-bearing system[J]. Journal of Applied Mechanics, 1991, 58(3): 776-783.

[ 7 ] Lee A C, Kang Y, Liu S L. Steady-state analysis of a rotor mounted on nonlinear bearings by the transfer matrix method[J]. International Journal of Mechanical Science, 1993, 35(6): 479-490.

[ 8 ] 罗跃纲, 曾海泉, 李振平, 等. 基础松动-碰摩转子系统的混沌特性研究[J]. 振动工程学报, 2003, 16(2): 184-188.

LUO Yueguo, ZENG Haiquan, LI Zhenping, et al. Study on chaos behaviors of rotor systems with local rubbing and pedestal looseness faults[J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(2): 184-188. (in Chinese)

[ 9 ] Chen G. A new rotor-ball bearing-stator coupling dynamics model for whole aero-engine vibration[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2009, 131(6): 061009. 1-061009. 9.

[10] 陈果, 李成刚, 王德友. 航空发动机转子-滚动轴承-支承-机匣耦合系统的碰摩故障分析与验证[J]. 航空动力学报, 2008, 23(7): 1304-1311.

CHEN Guo, LI Chenggang, WANG Deyou. Nonlinear dynamic analysis and experiment verification of rubbing faults of rotor-ball bearing-support-stator coupling system for aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(7): 1304-1311. (in Chinese)

[11] Chen G. Study on nonlinear dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearing[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2009, 131(6): 061001. 1-061001. 9.

[12] 李晓峰, 史铁林, 杨叔子. 考虑定子支撑弹性的碰摩转子系统非线性特性研究[J]. 振动工程学报, 2001, 14(3): 303-308.

LI Xiaofeng, SHI Tielin, YANG Shuzi. Nonlinear dynamic of rotor rubbing against rotor-stator on flexible supports [J]. Journal of Vibration Engineering, 2001, 14(3): 303-308. (in Chinese)

[13] Fukata S, Gad E H, Kondou T, et al. On the radial vibration of ball bearings; computer simulation[J]. Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1985, 28(239): 899-904.

[14] Lin Y K, Cai G Q. Probabilistic structural dynamics; advanced theory and applications[M]. New York: McGraw Hill Press, 2004.

[15] Shinozuka M, Jan C M. Digital simulation of random processes and its applications[J]. Journal of Sound and Vibration, 1972, 25(1): 111-128.

[16] Gan C B, Wang Q Y, Perc M. Torus breakdown and noise-induced dynamics in the randomly driven Morse oscillator [J]. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, 2010, 43(12): 125102. 1-125102. 13.

[17] 李飞敏, 陈果, 侯佑平. 滚动轴承支承下的转子碰摩故障动力分析、特征提取与智能诊断[J]. 航空动力学报, 2007, 22(11): 1879-1885.

LI Feimin, CHEN Guo, HOU Youping. Dynamic analysis, feature extraction and intelligent diagnose for rubbing fault of rotor supported on bull bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(11): 1879-1885. (in Chinese)

[18] 姜健飞, 胡良剑, 唐俭. 数值分析及其 MATLAB 实验 [M]. 北京: 科学出版社, 2004: 149-151.

(编辑: 陈 越)